

Douala Mathematical Society : www.doulamaths.net		
MINESEC	EVALUATION HARMONISEE	ANNEE SCOLAIRE 2016-2017
Délégation régionale du littoral	Epreuve : Mathématiques	Séquence n°4
Délégation départementale du Wouri	Classe : Terminale D	Durée : 4h
Bassin pédagogique n°3	Collège Polyvalent- Suzana	Coeff : 4

Exercice N°1 :

On pose pour tout entier naturel $n, I_n = \int_1^e x^2 (\ln x)^n dx$

1. °) Calculer I_0
2. °) En utilisant une intégration par parties, calculé I_1
3. °) En utilisant une intégration par parties, démontrer que pour tout entier naturel $n, 3I_{n+1} + (n+1)I_n = e^3$
4. °) en déduire I_2
5. °) a) démontrer que pour tout entier naturel $n, I_n \geq 0$
- b. °) déduire de la relation (*) que pour tout entier naturel $n, I_n \leq \frac{e^3}{n+1}$
- c. °) Déterminer la limite de I_n quand vers $+\infty$

Exercice N°2 :

- I. 1°) résoudre dans (C) l'équation $(E): z^2 + (-6+i)z + 7+3i = 0$ (on appellera z_1 la solution de (E) dont l'argument est $-\pi$ et z_2 l'autre solution)
2. °) on considère S la similitude direct du plan qui est au point A d'affixe -2 associe le point B d'affixe 1 et au point C d'affixe z_1 associe le point D d'affixe z_2
- a. °) déterminer l'écriture complexe de S
- b. °) déterminer les éléments caractéristiques de S
3. °) déterminer et construire l'ensemble M d'affixe z tels que $|iz - 3 + 2i| = 4$

- II. On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{U_n^2}{2U_n - 1} \end{cases}$$
 . On admet que tout

entier naturel.

$n, U_n > 1$. On considère alors les suites (V_n) et (W_n) telles que pour tout entier

naturel n , on ait $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n}$ et $(W_n) = \ln(V_n)$ où $\ln$ désigne le logarithme népérien.

1. °) démontrer que la suite (W_n) est une suite géométrique
2. °) exprimer (W_n) puis (V_n) en fonction de n

3. °) en déduire que pour tout entier naturel n tend vers $(U_n) = \frac{1}{-1\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}}$

4. °) en déduire la limite de la suite (U_n) lorsque n tend vers $+\infty$

Problème :

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$; unité graphique : 4cm

Partie A :

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $g(x) = x + 2 - e^x$

1. °) étudier le sens de variation de g sur $[0; +\infty[$ et déterminer la limite de g en $+\infty$
2. °) a°) montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution et une dans $[0; +\infty[$. On notera à cette solution
- b. °) prouver que $1,14 < a < 1,15$
3. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

Partie B

1. °) a°) montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$ $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$
 - b. °) en déduire le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$
2. °) a°) montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $[0; +\infty[$, $f(x) = \frac{1 - e^{-x}}{x + e^{-x}}$
 - b. °) en déduire la limite de f en $+\infty$ puis interpréter graphiquement le résultat trouvé
3. °) a°) établir que $f(a) = \frac{1}{a+1}$
 - b. °) en utilisant l'encadrement de a établir à la question (A-2) donner un encadrement de (C_f) d'amplitude 10^{-2}
4. °) déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0
5. °) a°) établir que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0; +\infty[$ $-x = \frac{(x+1)u(x)}{xe^x + 1}$ où $u(x) = e^x - xe^x - 1$
 - b. °) étudier le sens de variation de u sur $[0; +\infty[$
 - c. °) en déduire le signe de $u(x)$
 - d. °) déduire des questions précédentes la position relative de la courbe (C_f) par rapport à (T)
6. °) tracer (C_f) et (T)

Partie C

1. °) déterminer une primitive F et f sur $[0; +\infty[$; on pourra utiliser l'expression de $f(x)$ établie dans la question (B-2)
2. °) on note (Δ) le domaine délimité par la courbe (C_f) la tangente (T) et les droites équations respectives $x=0$ et $x=1$. Calculer en cm^2 , l'aire A du domaine (Δ)