

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 21/09/2026 17:50 creat by Kalanso App

Le théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utiles des mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème porte le nom du mathématicien grec Pythagore, bien que des preuves de sa connaissance apparaissent dans plusieurs civilisations anciennes.

Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ce théorème ne s'applique qu'aux triangles rectangles, c'est-à-dire ceux qui possèdent un angle droit (90°).

Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. En voici une classique utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $a + b$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b et d'hypoténuse c , disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré peut être calculée de deux façons :

- Directement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- En additionnant les aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant ces deux expressions, on obtient :

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

En simplifiant par $2ab$, on trouve :

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Ainsi, le théorème est démontré.

Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle dont les cathètes mesurent 3 cm et 4 cm. Calculons l'hypoténuse c .

D'après le théorème : $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.

Donc $c = \sqrt{25} = 5$ cm.

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 13 cm et un cathète mesure 5 cm. Trouvons l'autre cathète b .

On a : $5^2 + b^2 = 13^2$, donc $25 + b^2 = 169$.

Ainsi $b^2 = 144$, et $b = 12$ cm.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 7 cm, 24 cm et 25 cm. Est-il rectangle ?

On calcule : $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$, et $25^2 = 625$. Comme les deux résultats sont égaux, le triangle est rectangle.

Réciproque et contraposée

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

La contraposée permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : si le carré du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres, alors le triangle n'est pas rectangle.

Applications et importance

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- En géométrie pour calculer des distances.
- En architecture et construction pour vérifier les angles droits.
- En navigation et topographie pour déterminer des distances inaccessibles.
- En informatique, par exemple pour calculer des distances dans un plan.

Il est aussi à la base de la notion de distance euclidienne et de la trigonométrie.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en mathématiques. Sa simplicité et son utilité en font l'un des premiers théorèmes enseignés. Il permet de résoudre de nombreux problèmes de longueurs dans les triangles rectangles et trouve des applications pratiques dans la vie courante. Maîtriser ce théorème, sa réciproque et sa contraposée est fondamental pour progresser en géométrie.

Document créé par Kalanso App — 21/09/2026 17:50 — Disponible sur Playstore - App