

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 23/09/2026 04:25 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore et ses Applications

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utiles en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème porte le nom du mathématicien grec Pythagore, bien que des preuves de sa connaissance existent dans d'autres civilisations anciennes. Dans ce cours, nous allons explorer l'énoncé du théorème, sa réciproque, ses applications et quelques exemples concrets.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cette relation est valable uniquement pour les triangles rectangles.

2. Réciproque du théorème

La réciproque est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle. Cela permet de vérifier si un triangle est rectangle connaissant les longueurs de ses trois côtés.

Par exemple, un triangle dont les côtés mesurent 3, 4 et 5 unités est rectangle car $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$.

3. Applications du théorème

Le théorème de Pythagore a de nombreuses applications pratiques :

- **Calcul de distances** : Dans un plan cartésien, la distance entre deux points $A(x_1, y_1)$ et $B(x_2, y_2)$ est donnée par la formule : $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
- **Architecture et construction** : Pour vérifier qu'un angle est droit, on utilise la propriété des triangles 3-4-5.

- **Navigation** : Calcul de la distance entre deux points en utilisant les coordonnées.
- **Résolution de problèmes** : Trouver une longueur inconnue dans un triangle rectangle.

4. Exemples

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle avec des cathètes de longueurs 6 cm et 8 cm. Calculons l'hypoténuse c .

D'après le théorème : $c^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$. Donc $c = \sqrt{100} = 10$ cm.

Exemple 2 : Calcul d'un côté de l'angle droit

Soit un triangle rectangle avec une hypoténuse de 13 cm et un côté de 5 cm. Trouvons l'autre côté b .

On a : $5^2 + b^2 = 13^2 \Rightarrow 25 + b^2 = 169 \Rightarrow b^2 = 144 \Rightarrow b = 12$ cm.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 7, 24 et 25. Est-il rectangle ?

Calculons : $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$. Oui, il est rectangle.

5. Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie et dans de nombreux domaines scientifiques. Il permet de résoudre des problèmes de distances, de construire des angles droits et de comprendre les relations entre les côtés d'un triangle rectangle. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus importants des mathématiques. Maîtriser ce théorème et sa réciproque ouvre la porte à des applications plus avancées en trigonométrie et en analyse.