

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 05:20 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres de la géométrie. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème doit son nom au mathématicien grec Pythagore (VI^e siècle av. J.-C.), bien que des preuves de sa connaissance existent dans d'autres civilisations anciennes. Dans ce cours, nous allons découvrir l'énoncé du théorème, sa réciproque, quelques applications et des exemples concrets.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit ; c'est aussi le plus long côté du triangle rectangle.

2. Interprétation géométrique

Le théorème peut être visualisé de la manière suivante : si l'on construit un carré sur chacun des côtés du triangle rectangle, alors l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés.

Cette interprétation a donné lieu à de nombreuses preuves, dont certaines sont très visuelles.

3. Réciproque du théorème

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle, et l'angle droit est opposé au plus long côté.

Autrement dit, si $a^2 + b^2 = c^2$ dans un triangle de côtés a , b , c (avec c le plus grand), alors le triangle est rectangle en le sommet opposé à c .

4. Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle dont les cathètes mesurent 3 cm et 4 cm. Calculons l'hypoténuse c .

D'après le théorème : $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Donc $c = 5$ cm.

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 13 cm et un cathète mesure 5 cm. Quelle est la longueur de l'autre cathète ?

On a $a^2 + 5^2 = 13^2$, donc $a^2 + 25 = 169$, d'où $a^2 = 144$ et $a = 12$ cm.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Est-il rectangle ?

On calcule $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$ et $10^2 = 100$. Comme les deux résultats sont égaux, d'après la réciproque, le triangle est rectangle.

5. Applications pratiques

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Architecture et construction** : pour vérifier qu'un angle est droit (méthode du 3-4-5).
- **Navigation** : pour calculer des distances.
- **Informatique** : pour calculer des distances entre points dans un plan.
- **Physique** : pour décomposer des forces ou des vitesses.

Par exemple, la méthode du 3-4-5 : si l'on trace un triangle dont les côtés mesurent 3, 4 et 5 unités, alors l'angle entre les côtés de 3 et 4 est droit. Cette technique est utilisée par les maçons pour vérifier l'équerrage d'un mur.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie. Il permet de calculer des longueurs dans un triangle rectangle et de déterminer si un triangle est rectangle. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus importants et les plus enseignés. Maîtriser ce théorème ouvre la porte à de nombreuses applications mathématiques et pratiques.