

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 01:20 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utiles en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème porte le nom du mathématicien grec Pythagore, qui aurait vécu au VI^e siècle avant J.-C., bien que des preuves de sa connaissance apparaissent dans des civilisations plus anciennes, comme en Mésopotamie.

Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit, et c'est toujours le plus long côté du triangle rectangle.

Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. En voici une classique utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $(a + b)$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b et d'hypoténuse c , disposés de manière à former un carré central de côté c . L'aire du grand carré peut être calculée de deux façons :

- Directement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- En additionnant les aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions, on obtient : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Exemples d'application

Exemple 1 : Soit un triangle rectangle avec $a = 3$ cm et $b = 4$ cm. Calculons l'hypoténuse c .

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \text{ donc } c = 5 \text{ cm.}$$

Exemple 2 : Un triangle rectangle a une hypoténuse de 13 m et un côté de 5 m. Quelle est la longueur de l'autre côté ?

On a $5^2 + b^2 = 13^2$, donc $25 + b^2 = 169$, d'où $b^2 = 144$, et $b = 12$ m.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle de côtés 6, 8 et 10 est rectangle.

On calcule $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$ et $10^2 = 100$. Comme il y a égalité, le triangle est rectangle.

Réciproque et contraposée

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle, et l'angle droit est opposé au plus long côté.

La contraposée permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : si $a^2 + b^2 \neq c^2$, alors le triangle n'est pas rectangle.

Applications pratiques

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- En architecture et construction, pour vérifier l'équerrage d'un bâtiment.
- En navigation, pour calculer des distances.
- En informatique, pour calculer des distances entre points dans un plan.
- En physique, pour décomposer des vecteurs.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie. Il permet de calculer des longueurs dans un triangle rectangle et de déterminer si un triangle est rectangle. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus enseignés et les plus appliqués. Maîtriser ce théorème ouvre la porte à de nombreuses autres notions mathématiques, comme la trigonométrie ou la géométrie analytique.