

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 04:20 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce cours vous présentera l'énoncé du théorème, sa réciproque, des exemples d'application et quelques démonstrations.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Soit un triangle ABC rectangle en A. Alors :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

L'hypoténuse est le côté BC, opposé à l'angle droit en A.

2. Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm. Calculons l'hypoténuse.

D'après le théorème :

$$\begin{aligned} h^2 &= 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \\ h &= \sqrt{25} = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

L'hypoténuse mesure 5 cm.

Exemple 2 : Calcul d'un côté de l'angle droit

Soit un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 13 cm et un côté de l'angle droit mesure 5 cm. Calculons l'autre côté.

$$\begin{aligned} a^2 + 5^2 &= 13^2 \\ a^2 + 25 &= 169 \end{aligned}$$

$$a^2 = 144$$
$$a = 12 \text{ cm}$$

3. Réciproque du théorème

La réciproque du théorème de Pythagore permet de déterminer si un triangle est rectangle connaissant les longueurs de ses trois côtés.

Énoncé : Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est opposé au plus grand côté.

Exemple : Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Vérifions :

$$10^2 = 100$$
$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

Donc le triangle est rectangle.

4. Démonstrations

Il existe de nombreuses démonstrations du théorème de Pythagore. En voici une utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $(a+b)$. On peut le découper en quatre triangles rectangles identiques de côtés a , b et c (hypoténuse c), et un carré central de côté c .

L'aire du grand carré est $(a+b)^2$. Elle est aussi égale à la somme des aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

On a donc :

$$(a+b)^2 = 2ab + c^2$$
$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ce qui démontre le théorème.

5. Applications et importance

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Géométrie** : calcul de distances, construction de perpendiculaires.
- **Architecture et construction** : vérification d'angles droits (méthode du 3-4-5).
- **Navigation et topographie** : calcul de distances inaccessibles.
- **Physique** : calcul de normes de vecteurs, etc.

Il est également à la base de la notion de distance euclidienne et se généralise à la trigonométrie et aux espaces vectoriels.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en mathématiques. Il permet de résoudre de nombreux problèmes de longueurs dans les triangles rectangles et de vérifier si un triangle est rectangle. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus importants de la géométrie. Il est donc crucial de bien le maîtriser et de savoir l'appliquer dans diverses situations.

Document créé par Kalanso App — 22/09/2026 04:20 — Disponible sur Playstore - App