

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 13:45 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des plus célèbres théorèmes de mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème doit son nom au mathématicien grec Pythagore, bien que des preuves de sa connaissance existent dans d'autres civilisations anciennes.

Dans ce cours, nous allons découvrir l'énoncé du théorème, ses applications, et quelques exemples concrets.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes, et c la longueur de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cette relation est valable uniquement dans un triangle rectangle.

2. Interprétation géométrique

Le théorème de Pythagore peut être visualisé géométriquement : si l'on construit un carré sur chaque côté du triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés.

Cette interprétation permet de comprendre pourquoi le théorème est vrai et offre une méthode de démonstration.

3. Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle dont les cathètes mesurent 3 cm et 4 cm. Quelle est la longueur de l'hypoténuse ?

D'après le théorème : $c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. Donc $c = \sqrt{25} = 5$ cm.

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Soit un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 13 m et un cathète mesure 5 m. Quelle est la longueur de l'autre cathète ?

On a : $5^2 + b^2 = 13^2$, donc $25 + b^2 = 169$, donc $b^2 = 144$, donc $b = 12$ m.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 6 cm, 8 cm et 10 cm. Est-il rectangle ?

On calcule : $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, et $10^2 = 100$. Comme $6^2 + 8^2 = 10^2$, le triangle est rectangle d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

4. Réciproque du théorème

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Cette réciproque permet de démontrer qu'un triangle est rectangle sans avoir à mesurer d'angle.

5. Applications pratiques

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Architecture et construction** : pour vérifier qu'un angle est droit (méthode du 3-4-5).
- **Navigation** : pour calculer des distances.
- **Informatique** : pour calculer des distances dans un plan (formule de la distance entre deux points).
- **Physique** : pour décomposer des forces ou des vitesses.

Par exemple, la formule de la distance entre deux points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ dans un repère orthonormé est une application directe du théorème : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en mathématiques et dans de nombreuses applications pratiques. Il permet de calculer des longueurs dans un triangle rectangle et de vérifier si un triangle est rectangle. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus importants à maîtriser.

Pour aller plus loin, on peut explorer les triplets pythagoriciens (comme 3-4-5, 5-12-13) et les démonstrations variées de ce théorème.