

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 04:40 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème porte le nom du mathématicien grec Pythagore, bien que des preuves de sa connaissance existent dans d'autres civilisations anciennes.

Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Cette relation est valable uniquement pour les triangles rectangles.

Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. En voici une utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $(a + b)$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b et d'hypoténuse c , disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré est $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Cette aire est aussi égale à la somme des aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle avec $a = 3$ cm et $b = 4$ cm. Calculons c .

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \text{ donc } c = 5 \text{ cm.}$$

On retrouve le fameux triplet pythagoricien (3, 4, 5).

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Soit un triangle rectangle avec $c = 13$ cm et $a = 5$ cm. Calculons b .

$$b^2 = c^2 - a^2 = 169 - 25 = 144, \text{ donc } b = 12 \text{ cm.}$$

Autre triplet pythagoricien : (5, 12, 13).

Réciproque du théorème

La réciproque est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Elle permet de démontrer qu'un triangle est rectangle connaissant les longueurs de ses trois côtés.

Exemple

Un triangle a pour côtés 9 cm, 12 cm et 15 cm. Vérifions : $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = 15^2$. Le triangle est donc rectangle.

Applications et importance

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- **Géométrie** : calcul de distances, construction de perpendiculaires.
- **Architecture et construction** : vérification des angles droits (méthode du 3-4-5).
- **Navigation** : calcul de distances entre deux points.
- **Physique** : décomposition de vecteurs, calcul de résultantes.

Il est aussi à la base de la notion de distance euclidienne en mathématiques et en informatique.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en mathématiques. Il permet de résoudre de nombreux problèmes liés aux triangles rectangles et trouve des applications dans des domaines variés. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus importants de la géométrie.