

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 11:00 creat by Kalanso App

Le Théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce théorème doit son nom au mathématicien grec Pythagore, bien que des preuves de sa connaissance existent dans d'autres civilisations anciennes.

Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ce théorème ne s'applique qu'aux triangles rectangles, c'est-à-dire ceux qui possèdent un angle droit (90°).

Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. Voici une démonstration classique utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $(a + b)$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b et d'hypoténuse c , disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré peut être calculée de deux façons :

- Directement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- En additionnant les aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant ces deux expressions, on obtient :

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

D'où, en simplifiant par $2ab$:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Ainsi, le théorème est démontré.

Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle dont les cathètes mesurent 3 cm et 4 cm. Calculons la longueur de l'hypoténuse.

D'après le théorème de Pythagore :

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

Donc $c = \sqrt{25} = 5$ cm.

On retrouve ainsi le fameux triplet pythagoricien (3, 4, 5).

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse mesure 13 cm et un cathète mesure 5 cm. Quelle est la longueur de l'autre cathète ?

On a : $a^2 + 5^2 = 13^2$, donc $a^2 + 25 = 169$, d'où $a^2 = 144$, et $a = 12$ cm.

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 7 cm, 24 cm et 25 cm. Est-il rectangle ?

On calcule : $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$.

Comme l'égalité est vérifiée, le triangle est rectangle, et l'hypoténuse est le côté de 25 cm.

Réciproque et contraposée

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est opposé au plus grand côté.

La contraposée permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : si l'égalité n'est pas vérifiée, alors le triangle n'est pas rectangle.

Applications et importance

Le théorème de Pythagore est utilisé dans de nombreux domaines :

- En géométrie pour calculer des distances.
- En physique pour décomposer des forces ou des vitesses.
- En architecture et en construction pour vérifier des angles droits.
- En navigation pour calculer des distances entre points.

Il constitue également une base pour la trigonométrie et la notion de distance euclidienne.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un pilier des mathématiques. Sa simplicité et son utilité en font un outil indispensable pour résoudre des problèmes de longueurs dans les triangles rectangles. Sa démonstration, accessible, illustre la puissance du raisonnement mathématique. Maîtriser ce théorème ouvre la porte à de nombreuses applications pratiques et théoriques.

Document créé par Kalanso App — 22/09/2026 11:00 — Disponible sur Playstore - App