

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 22/09/2026 08:55 creat by Kalanso App

Le théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utiles en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce cours vous fera découvrir l'énoncé, la démonstration, des exemples d'application et quelques extensions.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Ce théorème porte le nom du mathématicien grec Pythagore (VI^e siècle av. J.-C.), bien que des preuves de sa connaissance existent dans d'autres civilisations antérieures.

2. Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations. En voici une simple utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $a + b$. À l'intérieur, plaçons quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b et d'hypoténuse c , disposés de manière à former un carré central de côté c .

L'aire du grand carré peut être calculée de deux façons :

- Directement : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- En additionnant les aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Cette démonstration est attribuée à Pythagore, mais elle pourrait être plus ancienne.

3. Exemples d'application

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle avec $a = 3$ cm et $b = 4$ cm. Calculons c .

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \text{ donc } c = 5 \text{ cm.}$$

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Soit un triangle rectangle avec $c = 10$ cm et $a = 6$ cm. Calculons b .

$$b^2 = c^2 - a^2 = 100 - 36 = 64, \text{ donc } b = 8 \text{ cm.}$$

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 5, 12 et 13. Est-il rectangle ?

$$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2. \text{ Oui, il est rectangle.}$$

4. Réciproque et contraposée

La réciproque du théorème de Pythagore est également vraie : si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

La contraposée permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle : si l'égalité n'est pas vérifiée, alors le triangle n'est pas rectangle.

5. Applications et extensions

- **Distance entre deux points** : Dans un repère orthonormé, la distance entre $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ est $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
- **Trigonométrie** : Le théorème permet de définir le sinus, cosinus et tangente dans un triangle rectangle.
- **Généralisation** : Dans un espace euclidien de dimension n , la norme d'un vecteur vérifie une relation analogue.
- **Triplets pythagoriciens** : Ce sont des triplets d'entiers (a, b, c) tels que $a^2 + b^2 = c^2$. Exemple : $(3, 4, 5)$, $(5, 12, 13)$, $(8, 15, 17)$.

Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie et en mathématiques appliquées. Il permet de calculer des longueurs, de vérifier la nature d'un triangle et

sert de base à de nombreux concepts avancés. Sa simplicité et son utilité en font l'un des théorèmes les plus enseignés dans le monde.

Document créer par Kalanso App — 22/09/2026 08:55 — Disponible sur Playstore - App