

Généré par application kalanso sur PLAYSTORE

Sujet : Math — 21/09/2026 16:15 creat by Kalanso App

Le théorème de Pythagore

Le théorème de Pythagore est l'un des résultats les plus célèbres et les plus utilisés en mathématiques. Il établit une relation fondamentale entre les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Ce cours vous présentera son énoncé, sa démonstration, ses applications et quelques exemples concrets.

1. Énoncé du théorème

Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés (appelés cathètes).

Si on note a et b les longueurs des cathètes et c celle de l'hypoténuse, alors :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit ; c'est aussi le plus long côté du triangle rectangle.

2. Démonstration

Il existe de nombreuses démonstrations de ce théorème. En voici une simple utilisant les aires.

Considérons un carré de côté $(a + b)$. On peut le découper en quatre triangles rectangles identiques de cathètes a et b , et en un carré central de côté c .

L'aire du grand carré est $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

D'autre part, cette aire est aussi la somme des aires des quatre triangles et du carré central : $4 \times (ab/2) + c^2 = 2ab + c^2$.

En égalant les deux expressions : $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$, d'où $a^2 + b^2 = c^2$.

Cette démonstration est attribuée à Pythagore, mais elle était probablement connue des Babyloniens bien avant lui.

3. Applications

Le théorème de Pythagore permet de :

- Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les deux autres.
- Vérifier si un triangle est rectangle (réciproque du théorème).

- Résoudre des problèmes de distances dans le plan.

La réciproque est également vraie : si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors ce triangle est rectangle.

4. Exemples

Exemple 1 : Calcul de l'hypoténuse

Soit un triangle rectangle avec $a = 3$ cm et $b = 4$ cm. Calculons c .

$$c^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25, \text{ donc } c = 5 \text{ cm.}$$

Exemple 2 : Calcul d'un cathète

Soit un triangle rectangle avec $c = 13$ cm et $a = 5$ cm. Calculons b .

$$b^2 = c^2 - a^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144, \text{ donc } b = 12 \text{ cm.}$$

Exemple 3 : Vérifier si un triangle est rectangle

Un triangle a pour côtés 6, 8 et 10. Est-il rectangle ?

On calcule : $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$. Donc oui, il est rectangle.

5. Conclusion

Le théorème de Pythagore est un outil essentiel en géométrie. Il permet de résoudre de nombreux problèmes de longueurs et de distances. Sa simplicité et son utilité en font l'un des premiers théorèmes enseignés. N'oubliez pas sa réciproque, tout aussi importante. Entraînez-vous avec des exercices variés pour bien maîtriser ce théorème.